

حساب عمر النصف لجسيمات α الناتجة من اضمحلال النوى الشفعية – شفعية باستخدام جهد نووي معدل

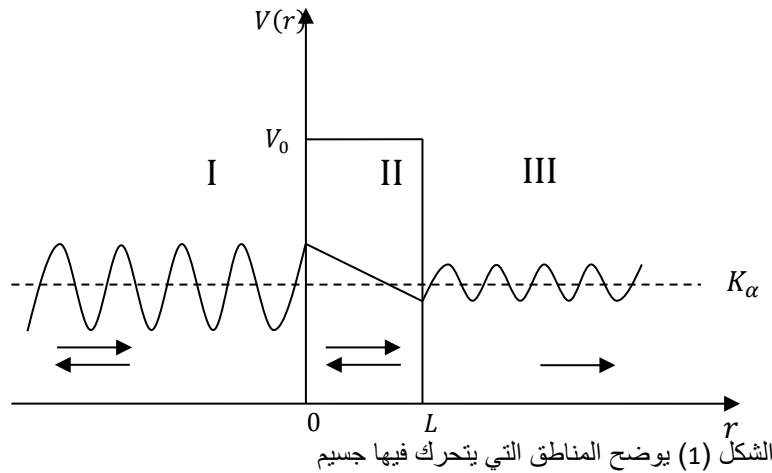
عبدالرحيم الطاهر عمر, إنتصار مصطفى الفلاح
جامعة الزاوية – كلية هندسة النفط والغاز والطاقات المتجددة
abduarrahimattaher@gmail.com

الملخص

يتأثر جسيم α بطاقة الجهد النووي أو جهد كولوم عندما يقترب من النواة ويصل إلى أقصاه عند المسافة بين مركزي نواة جسيم α والنواة الوليدة، هذا الجهد النووي غير كافي لحساب احتمالية تسرب جسيم α من أو إلى النوى المشعة له الذي تم مشاهدته عمليا، ثم حساب عمر النصف له، تم في هذه الورقة افتراض تأثر جسيم α بجهد نووي غير خطي لمسافة صغيرة دون هذه المسافة وينتهي عند تلك المسافة من مركز النواة ثم يقع جسيم α تحت تأثير الجهد التجاذبي الثابت، يوفر هذا الجهد الإضافي إمكانية حساب احتمالية انبعاث أو ولوج جسيم α إلى النوى الشفعية - شفعية بالقدر الكافي لحساب عمر النصف بما يتفق مع المقاس بالتجربة.

المقدمة

وجد أن جسيم α ينبعث من النواة المشعة بالرغم من أن طاقته أقل بكثير من طاقة حاجز الجهد النووي $V_c(r) = 2Z_D e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ الذي يمنعه من ذلك عند حدود النواة، حيث وجد أن أسرع جسيمات α المنبعثة من النوى المشعة تكون طاقتها في حدود 10 MeV بينما طاقة الجهد للحاجز تكون في حدود 26 MeV كما هو لليورانيوم $^{238}_{92}\text{U}$ مثلا، وتم تفسير ما يحدث من قبل العلماء غامو Gamow و كندون Condon و هنري Henery في عام 1928 [1]- باستخدام ميكانيكا الكم وبيئت النظرية أن احتمال تسرب جسيم α من النواة أو إليها ممكن ولا يساوي صفر وإن كان صغير جدا، يسمى هذا التسرب بالتأثير النفقي، يمكن فهم هذا التأثير بافتراض جسيمات α ذات طاقة k_α تسقط على حاجز جهد قيمته V_0 أعلى من طاقتها، ستتحرك جسيمات α في ثلاث مناطق المبينة في الشكل (1).



لكل من هذه المناطق دالة موج تصف الجسيم α وتبين سلوكه من حيث شدة سقوطه وانعكاسه ونفاذه ويمكن إيجادها من خلال حل معادلة شرودنجر في كل منطقة وهي المبينة بالمعادلات التالية:

$$\psi_I = Ie^{ik_1r} + Re^{-ik_2r} \quad (1)$$

$$\psi_{II} = Ae^{k_2r} + Be^{-k_2r} \quad (2)$$

$$\psi_{III} = Te^{ik_1r} \quad (3)$$

حيث $k_1 = \sqrt{2mk_\alpha/\hbar^2}$ و $k_2 = \sqrt{2m[V(r) - k_\alpha]/\hbar^2}$ هي الكتلة المختزلة لجسيم α والنواة الوليدة $m = m_\alpha m_D / (m_\alpha + m_D)$

حيث يسقط الموج في المنطقة الأولى بسعة سقوط I وانعكاس R وفي الثانية بسعة سقوط A وانعكاس B بينما ينفذ فقط من المنطقة الثالثة بسعة نفاذ T .

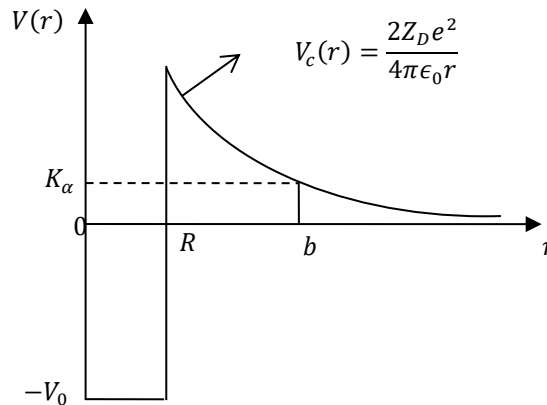
إحتمالية اختراق جسيمات α حاجز الجهد هي النسبة بين مربع القيمة المطلقة لشدة النفاذ T إلى مربع القيمة المطلقة لشدة السقوط I وتسمى بالنفاذية [2-] وهي المبينة بالمعادلة (4).

$$P = \frac{|T|^2}{|I|^2} = \left(\frac{T}{I}\right) \left(\frac{T^*}{I^*}\right) \quad (4)$$

نجد اتساع أو شدة الموج الساقط والنافذ من استمرارية دوال الموج ومشتقاتها الأولى عند الحدود الفاصلة بين المناطق الثلاثة ونعوضها في المعادلة (4) نحصل على احتمالية اختراق جسيمات α حاجز الجهد

$$P \cong e^{-2\gamma} \quad (5)$$

تسمى γ بمعامل غامو ويساوي $\gamma = k_2L$ وتمثل L عرض حاجز الجهد وهو المسافة من النقطة التي تتساوى فيها طاقة جسيمات α مع طاقة جهد الحاجز $b = 2Z_D e^2 / 4\pi\epsilon_0 k_\alpha$ والنقطة التي يكون فيها لحاجز الجهد أكبر قيمة $V_c(R) = 2Z_D e^2 / 4\pi\epsilon_0 R$ وهي المسافة بين مركزي نواة جسيم α والنواة الوليدة $R = r_0 \left(A_\alpha^{1/3} + A_D^{1/3} \right)$ حيث $r_0 = 1.4 \times 10^{-15} m$ [3-] وهو ثابت نصف القطر النووي.



الشكل (2) يبين حاجز الجهد $V_c(r)$ والجهد التجاذبي الثابت $-V_0$ وطاقة جسيم ألفا k_α

$$P = e^{-2 \int_R^b k_2 dr} \text{ لأن الجهد غير ثابت في المدى } R \leq r \leq b \text{ وبالتالي فإن الاحتمالية ستكون}$$

$$P = e^{-2 \int_R^b \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [V(r) - k_\alpha]}^{1/2} dr} \quad (6)$$

قيمة معامل غامو γ [2-] هي نتيجة التكامل في المعادلة (6) وكانت كما يلي:

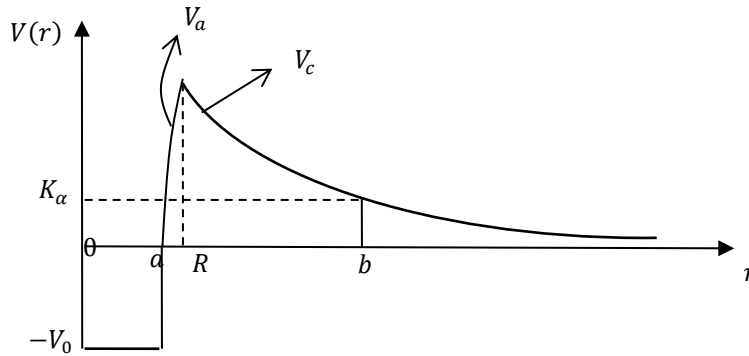
$$\gamma = \sqrt{2m/\hbar^2} b [\cos^{-1}(R/b)^{1/2} - (R/b)^{1/2} (1 - R/b)^{1/2}] \quad (7)$$

بحساب معامل الإضمحلال λ الذي يعرف بأنه $\lambda = \omega P$ حيث $\omega = v/2R$ [3-] وهي تردد ضربات جسيم α على جدران النواة و v سرعته، يمكن حساب عمر نصف لجسيمات α .

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{2R \ln(2)}{v} e^{2\gamma} \quad (8)$$

وبالتعويض عن قيمة معامل غامو في المعادلة (8) يمكن حساب الاحتمالية وبالتالي معامل الإضمحلال وعمر النصف. رغم أن نظرية غامو ورفاقه فسرت عملية انبعاث جسيم α من النوى أو الدخول لها بطاقة أقل من طاقة حاجز الجهد بكثير وبينت أن احتمالية تسربه ممكنة ولا تساوي صفر وإن كانت صغيرة جداً، ولكن هذه الاحتمالية كانت غير كافية لحساب عمر النصف كما بيئت التجارب، لذلك كان من الضروري تعديل معامل غامو لكي تتناسب نتائج مع النتائج التجريبية.

الإقتراح



الشكل (3) يوضح جهد كولوم V_C والجهد المضاف V_a والجهد التجاذبي الثابي $-V_0$ وطاقة جسيم ألفا k_α

لكي تتفق نتائج المعادلة (8) مع النتائج التجريبية يجب أن تكون قيمة معامل غامو أكبر مما هي عليه في المعادلة (7)، لذلك تم افتراض جهد غير خطي $V_a(r) = \eta\sqrt{r} - \delta$ يؤثر على الجسيم α عند بعد أقل من R وهي المسافة a الموضحة في الشكل (3).

وبذلك سيكون الجهد المؤثر على جسيم α كالتالي:

$$V(r) = \begin{cases} \eta\sqrt{r} - \delta & a \leq r \leq R \\ \frac{2Z_D e^2}{4\pi\epsilon_0 r} & R \leq r \leq b \end{cases} \quad (9)$$

يمكن حساب البارامتر η باستخدام قيم تجريبية [3-]، [4-]، ونظرية δ هي نقطة تقاطع المنحنى مع محور الجهد، وبإدخال هذا الجهد المضاف في عملية التكامل السابقة نحصل على معامل غامو المعدل

$$\gamma = \int_a^b \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [V(r) - k_\alpha]}^{1/2} dr \quad (10)$$

$$\gamma = \int_a^R \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [V_C(r) - k_\alpha]}^{1/2} dr + \int_R^b \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [V_a(r) - k_\alpha]}^{1/2} dr =$$

$$\sqrt{\frac{2mk_\alpha}{\hbar^2}} \int_a^R \left[\frac{b}{r} - 1\right]^{1/2} dr + \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_R^b [\eta\sqrt{r} - \delta - k_\alpha]^{1/2} dr \quad (11)$$

يحدد التكامل الأول بفرض $r = b \cos^2 \theta$ ، $R = b \cos^2 \theta_0$ فيتحول التكامل الأول إلى الشكل $I_1 = -2b \int_{\theta_0}^0 \sin^2 \theta d\theta$ وتكون نتيجته $I_1 = b \left[\cos^{-1} \left(\frac{R}{b} \right)^{1/2} - \left(\frac{R}{b} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{R}{b} \right)^{1/2} \right]$ ، أما نتيجة التكامل الثاني فهي $I_2 = \frac{1}{\eta^2} \left[\frac{4}{3} R^{3/2} (\delta + k_\alpha) - \frac{4}{5} (-\delta - k_\alpha)^{5/2} + \frac{4}{5} (\eta\sqrt{R} - \delta - k_\alpha)^{5/2} \right]$ التكامل الثاني صغيرة جدا وغير مؤثرة تم إهمالها ونتيجة الحد الثاني لم تكن حقيقية أما الحد الثالث فكانت قيمته مؤثرة تم أخذها في الاعتبار، الجهد المضاف $V_a(r)$ يساوي جهد كولوم $V_C(r)$ عندما $r = R$ وبالتالي فإن $V_C = \eta\sqrt{R} - \delta$ ، وتصبح قيمة معامل غامو المعدل كالتالي:

$$\gamma = b \sqrt{\frac{2mk_\alpha}{\hbar^2}} \left[\cos^{-1} \left(\frac{R}{b} \right)^{1/2} - \left(\frac{R}{b} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{R}{b} \right)^{1/2} \right] +$$

$$\frac{4}{5\eta^2} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} (V_C - k_\alpha)^{5/2} \quad (12)$$

النتائج والمناقشة

تم استخدام الثوابت التالية لحساب النتائج المدونة في الجدول (1)

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (13)$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s} \quad (14)$$

$$u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (15)$$

الكتلة m المستخدمة في الحسابات هي الكتلة المختزلة

$$m = \frac{4A_D}{(4 + A_D)} u \quad (16)$$

و R هو المسافة الفعالة بين مركز نواة جسيم α والنواة الوليدة [5-]

$$R = r_0 \left(4^{1/3} + A_D^{1/3} \right) \quad (17)$$

الجدول (1) يبين عدد الكتلة للنوى الوليدة A_D والعدد الذري لها Z_D وطاقة جسيمات α المنبعثة من النوى المشعة لها كما يحتوي على النتائج التي تم الحصول عليها باستخدام معامل غامو المعدل في المعادلة (12)، حيث يحتوي الجدول على عمود يبين عمر النصف لجسيمات α الناتجة من مشعات α مقارن بالقيم التجريبية في العمود الذي يليه، العمود الأخير يحتوي على البارامترات η لكل النوى قيد الدراسة.

النواة الوليدة	A	Z	E(MeV)	$t_{1/2}$ exp. (s)	$t_{1/2}$ Calc. (s)	$\eta \times 10^{-5}$ (J/ \sqrt{m})
Th[3-]	234	90	4.2	1.42×10^{17}	1.42×10^{17}	8.245
Ra[3-]	228	88	4.05	4.39×10^{17}	4.39×10^{17}	7.614
Ra[3-]	224	88	5.52	6.00×10^7	6.00×10^7	6.397
Rn[3-]	222	86	4.88	5.11×10^{10}	5.11×10^{10}	6.383
Po[3-]	218	84	5.59	3.31×10^5	3.31×10^5	6.014
Pb[3-]	214	82	6.12	1.83×10^2	1.83×10^2	5.478
Pb[3-]	212	82	6.89	1.60×10^{-1}	1.60×10^{-1}	5.228
Pb[3-]	210	82	7.83	1.50×10^{-4}	1.50×10^{-4}	4.882
Pb[3-]	208	82	8.95	3.00×10^{-7}	3.00×10^{-7}	4.302
Po[4-]	206	84	5.22	7.603×10^5	7.603×10^5	12.121
Po[4-]	208	84	5.11	9.020×10^7	9.020×10^7	6.929
Po[4-]	210	84	5.31	1.192×10^7	1.192×10^7	06.36
Po[4-]	212	84	8.78	3.000×10^{-7}	3.000×10^{-7}	5.656
Po[4-]	214	84	7.68	1.64×10^{-4}	1.640×10^{-4}	6.681
Po[4-]	216	84	6.78	0.15	0.15	7.336
U[4-]	228	92	6.69	2.359×10^7	2.359×10^7	4.127
U[4-]	230	92	5.89	1.797×10^6	1.797×10^6	9.521
U[4-]	232	92	5.32	2.239×10^9	2.239×10^9	10.270
U[4-]	234	92	4.77	7.683×10^{12}	7.683×10^{12}	11.130
U[4-]	236	92	4.49	7.434×10^{14}	7.434×10^{14}	11.97
U[4-]	238	92	4.20	1.403×10^{17}	1.403×10^{17}	13.12
Pu[4-]	238	94	5.50	2.675×10^9	2.675×10^9	9.379
Pu[4-]	240	94	5.17	2.047×10^{11}	2.047×10^{11}	10.07
Pu[4-]	242	94	4.90	1.179×10^{13}	1.179×10^{13}	10.43
Pu[4-]	244	94	4.66	2.488×10^{15}	2.488×10^{15}	8.727
Cm[4-]	240	96	6.29	2.316×10^6	2.316×10^6	8.343
Cm[4-]	242	96	6.12	1.408×10^7	1.408×10^7	8.497
Cm[4-]	244	96	5.80	5.474×10^8	5.474×10^8	8.895
Cm[4-]	246	96	5.39	1.711×10^{11}	1.711×10^{11}	8.847

الجدول (1) يبين قيم عمر النصف المحسوبة نظريا مقارنة بالمقاسة عمليا والبارامترات η لكل نواة

الخلاصة

قدم هذا العمل إضافة جهد نووي غير خطي يؤثر على جسيم α عند مسافة أصغر من المسافة الفعالة بين مركزي النواتين، يجعل معامل غامو قادرا على حساب الاحتمالية بدقة تكفي لحساب نصف العمر لجسيمات α الناتجة من النوى الشفعية - شفعية المنتجة له عند تحليلها بما يتفق مع النتائج التجريبية، وقد أظهرت النتائج في الجدول (1) ذلك.

المراجع

- 1- د. محمد شحادة الدغمة و د. علي محمد جمعة، الفيزياء النووية، مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، (1997).
- 2- K HEYDE, Basic Ideas and Concepts In Nuclear Physics, Second edition, IOP Publishing Ltd (1999).
- 3- Mohamed E. Kelabi, Half Life of Alpha Decay from A Straight Line Potential Barrier, The Libyan Journal of Science University of Tripoli Vol. 26, No. 02 (2023).
- 4- Samuel S. M. wong, Introductory Nuclear physics, Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, Weinheim, (2004).
- 5- Kenneth S. Krane, Introductory Nuclear Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1988).